



**CENTRO DE INGENIERÍA DE LA CALIDAD – CALI – COLOMBIA**

[www.cicalidad.com](http://www.cicalidad.com)   [info@cicalidad.com](mailto:info@cicalidad.com)

## **Estudio de Repetibilidad y Reproducibilidad R&R**

### **Repeatability and Reproducibility Study of R & R**

Si una empresa no cuenta con los medios adecuados para medir y controlar las especificaciones requeridas, puede estar cometiendo fallas en las mediciones en cuanto a cantidad, diámetro, peso, resistencia, humedad, dureza, entre muchas posibles variables, que afectarán al cliente y sus intereses, o errores que estarán afectando las utilidades de la empresa.

El sistema de medición en una empresa son los ojos a través de los cuales se observa la calidad, los instrumentos de medición deben realizar mediciones confiables que no den falsas alarmas sobre el comportamiento de los procesos, si no se cuenta con un sistema de medición confiable, nunca se podrá saber si se produce con buena calidad.

Los estudios R&R permite evaluar simultáneamente la repetibilidad y la reproducibilidad, estos estudios se realizan de modo experimental y se evalúa que parte de la variabilidad total observada en el producto es atribuible al error de medición; además, permite cuantificar si este error es mucho o poco en comparación con la variabilidad del producto y con las tolerancias de la característica de calidad que se mide.

Con el diseño de experimentos y el análisis de varianza se realiza la prueba de repetibilidad y reproducibilidad del sistema de medición, se utiliza un diseño factorial, el cual permite evaluar si el sistema de medición es repetible (hay buena precisión en las medidas cuando un operador mide varias veces la misma pieza con el mismo instrumento), y reproducible (hay buena precisión en las medidas cuando varios operadores miden varias veces la misma pieza con el mismo instrumento).

#### **Repetibilidad – Repeatability**

La repetibilidad de un sistema de medición es la precisión o variabilidad en condiciones lo más controladas posibles, con diferencias pequeñas de tiempo, que presentan los resultados cuando una característica de una pieza es medida varias veces por el mismo operador con el mismo instrumento.

Se define como la variación alrededor de la media, esta variación debe ser pequeña con respecto a las especificaciones y a la variación del proceso.



De acuerdo con el VIM (Vocabulario Internacional de Metrología) la repetibilidad de resultados de mediciones es: La proximidad de concordancia entre los resultados de mediciones sucesivas del mismo mensurando (pieza) bajo las mismas condiciones de medición. Donde (1) estas condiciones son llamadas condiciones de repetibilidad. (2) Las condiciones de repetibilidad incluyen: el mismo procedimiento de medición, el mismo observador, el mismo instrumento de medición, utilizado bajo las mismas condiciones en el mismo lugar y repetido en un periodo corto de tiempo. (3) La repetibilidad puede ser expresada cuantitativamente en términos de la dispersión característica de los resultados.

### **Posibles causas de la falta de repetibilidad en un sistema de medición**

Si la fuente dominante de variación es la repetibilidad se deben investigar las posibles causas: problemas debido al instrumento de medición, al método de medida, al observador, al ambiente, a la pieza, al estándar, error de observación, diseño del instrumento, distorsión, entre otros.

**Instrumento de medición:** suciedad del instrumento, fricción, desajuste, desgaste, falta reparación, falla de equipo, pobre calidad de mantenimiento, instrumento mal diseñado, funcionamiento inadecuado, método inadecuado, condiciones ambientales, instrumento no adecuado.

**Método de medida:** variación en puesta a punto, técnica, ajuste de cero, agarre, sujeción, densidad de punto.

**El observador:** técnica, posición, carencia de experiencia, habilidad de manipulación o entrenamiento, sentimiento, fatiga.

**El ambiente:** ciclo-corto, fluctuaciones de temperatura, humedad, vibración, iluminación, limpieza, corrientes de aire, cercanía de una puerta.

**La pieza (muestra):** tamaño, forma, posición, superficie, acabado, estrechez, consistencia de la muestra, variabilidad dentro de la pieza.

**El estándar:** Calidad, clase, desgaste.

**Error de observación:** legibilidad, paralaje.

**El diseño del instrumento:** carece de robustez, pobre uniformidad.

**Distorsión:** (calibre o parte), carencia de rigidez.



## **Reproducibilidad – Reproducibility**

La reproducibilidad de un sistema de medición es la precisión o variabilidad de las mediciones de una característica, cuando una misma pieza es medida varias veces en distintas condiciones (diferentes operadores, distintos instrumentos de medida, distintos laboratorios o épocas distintas). Esto es a menudo cierto para instrumentos manuales influenciados por la habilidad del operador. No es cierto, sin embargo para procesos de medición con sistemas automáticos, donde el operador no es la mayor fuente de variación.

Para que una expresión de la reproducibilidad sea válida, se deben especificar las condiciones que pueden cambiar de una medida a otra.

De acuerdo al VIM (Vocabulario Internacional de Metrología) la reproducibilidad de resultados de mediciones es: La proximidad de concordancia entre los resultados de mediciones sucesivas del mismo mensurando (pieza) bajo condiciones de medición que cambian. Donde: (1) Una declaración válida de reproducibilidad requiere que se especifique la condición que cambia. (2) Las condiciones que cambian pueden incluir: principio de medición, observador, instrumento de medición, patrón de referencia, lugar, condiciones de uso, tiempo. (3) La reproducibilidad puede ser expresada cuantitativamente en términos de la dispersión característica de los resultados.

### **Diferentes condiciones para realizar estudios de reproducibilidad**

Se debe variar al tiempo solo una condición.

- **Entre métodos:** diferencia de promedio entre las mediciones, causada por cambio en las densidades de punto, sistemas manual vs automático, ajuste del cero, métodos de agarre o sujeción, entre otros. Las demás condiciones deben permanecer constantes.
- **Entre Observadores:** (operadores) diferencia de promedio entre las mediciones, de los observadores A, B, C, etc. causada por entrenamiento, técnica, habilidad y experiencia. Las demás condiciones deben permanecer constantes.
- **Entre instrumentos:** diferencia promedio entre las mediciones, usando los instrumentos A, B, C, etc., para las mismas piezas, operadores y ambiente.
- **Entre estándares:** Influencia en el promedio entre las mediciones, de diferentes estándares de ajuste en el proceso de medición. Las demás condiciones deben permanecer constantes.



- **Entre partes** (muestras): diferencia promedio entre las mediciones, cuando se miden tipos de piezas A, B, C, etc. utilizando el mismo instrumento, operador y método.
- **Entre ambientes:** diferencia promedio entre las mediciones sobre el tiempo 1, 2, 3. etc. causadas por ciclos ambientales; éste es el estudio más común para sistemas altamente automatizados en cualificaciones de producto y proceso.

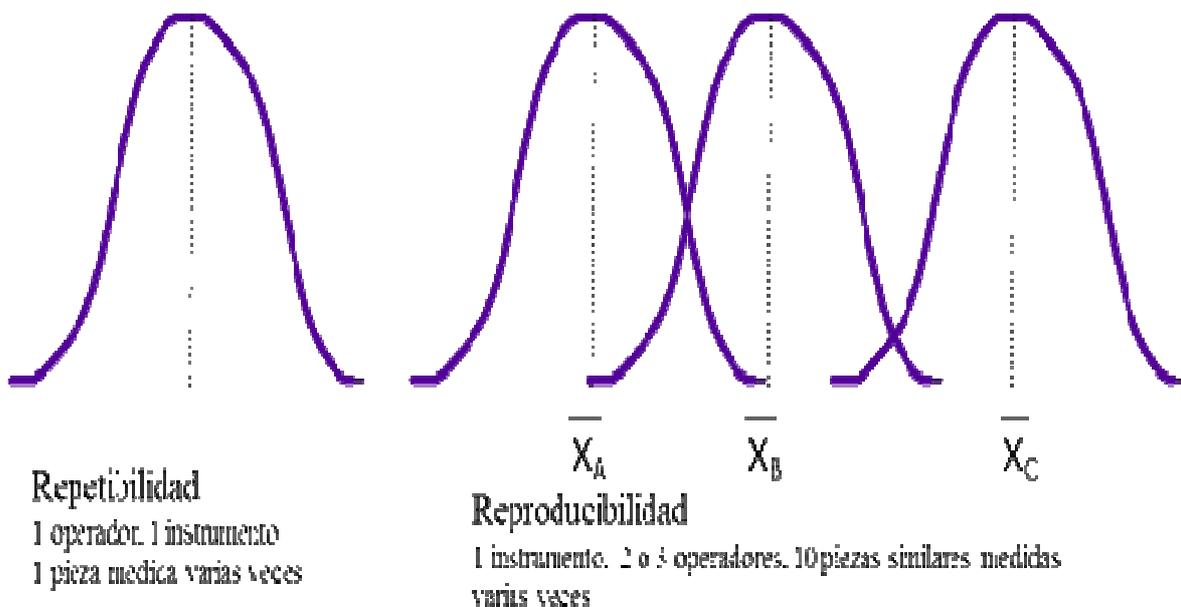
**Cuando la Reproducibilidad es la fuente principal de variabilidad, los esfuerzos se deben enfocar a:**

- Estandarizar los procedimientos de medición.
- Entrenar a los operadores para que se apeguen a los procedimientos de medición.
- Para tener efectividad en el entrenamiento del operador, se debe tener en cuenta la aplicación: tamaño de la parte, posición, error de observación (legibilidad, paralaje).

Los problemas de falta de reproducibilidad se deben a que, por lo general, se encontrará que los operadores usan métodos distintos, carecen de entrenamiento en el uso del equipo o se tiene un diseño inapropiado del instrumento, que permite evaluaciones subjetivas.

Este estudio es recomendado para cualificación de productos y procesos con un instrumento manual de medición.

### Diferencia entre Repetibilidad y Reproducibilidad





## **Estudio GR&R - Repeatability and Reproducibility Study**

Un estudio GR&R es el estimado combinado de la repetibilidad y reproducibilidad del sistema de medición.

### **Pasos para realizar un estudio R&R**

1. Seleccionar dos o más operadores para conducir el estudio acerca del instrumento de medición de interés.
2. Seleccionar un conjunto de 10 o más piezas de la producción del mismo producto, que serán medidas varias veces por cada operador (la característica medida de las piezas seleccionadas deben ajustarse a un comportamiento normal y debe tener la misma variación histórica del proceso).
3. Decidir el número de ensayos o veces que cada operador medirá la misma pieza (por lo menos cinco veces).
4. Etiquetar cada pieza y aleatorizar el orden en el cual las piezas se dan a los operadores para ser medidas.
5. Identificar la zona o punto en la pieza donde la medición será tomada, así como el método o técnica que deberá aplicarse.
6. Obtener en orden aleatorio las mediciones realizadas por los operadores hasta que hayan realizado la medición de todas las piezas. En cada medición realizada el operador no debe conocer cual pieza está midiendo, ni cuales fueron sus mediciones anteriores sobre ella, menos las reportadas por los demás operadores, es decir, debe haber otra persona que supervise y registre las mediciones obtenidas en el estudio.
7. Realizar el análisis estadístico de los datos. ANOVA es el más efectivo para este análisis.

### **Método de análisis de varianza - Method of analysis of variance or ANOVA**

El método ANOVA reparte la variación total ( $\sigma^2_{total}$ ) de los datos en variación debida a la producción ( $\sigma^2_{pieza}$ ), variación debida a la repetibilidad ( $\sigma^2_{repet}$ ) y variación debida a la reproducibilidad ( $\sigma^2_{reprod}$ ), de la siguiente forma:



$$\sigma^2_{\text{total}} = \sigma^2_{\text{pieza}} + \sigma^2_{\text{oper}} + \sigma^2_{\text{oper x pieza}} + \sigma^2_{\text{inst}}$$

$$\sigma^2_{\text{repet}} = \sigma^2_{\text{inst}}$$

y

$$\sigma^2_{\text{reprod}} = \sigma^2_{\text{oper}} + \sigma^2_{\text{oper x pieza}}$$

por tanto

$$\sigma^2_{\text{R\&R}} = \sigma^2_{\text{repet}} + \sigma^2_{\text{reprod}}$$

Donde

$\sigma^2_{\text{total}}$ : Es la variación total del estudio combinado de GR&R.

$\sigma^2_{\text{pieza}}$ : Es la variación entre las medidas realizadas a las piezas medidas (producción).

$\sigma^2_{\text{oper}}$ : Es la variación entre las medidas realizadas por los diferentes operadores.

$\sigma^2_{\text{oper x pieza}}$ : Es la variación entre las medidas que un operador reporta por cada una de las piezas medidas.

$\sigma^2_{\text{inst}}$ : Es la variación debida al instrumento de medida, esto es cierto, siempre y cuando se tenga estandarizado el método de medida, controladas las condiciones ambientales, entrenado muy bien a los operadores, calibrado el instrumento, entre otros.

$\sigma^2_{\text{repet}}$ : Es la variación entre las medidas realizadas a la misma pieza por el mismo operador.

$\sigma^2_{\text{reprod}}$ : Es la suma de la variación debida a los operadores ( $\sigma^2_{\text{oper}}$ ) y la variación debida a la interacción operador por pieza ( $\sigma^2_{\text{oper x pieza}}$ ).

$\sigma^2_{\text{R\&R}}$ : Es la variación total combinada de la repetibilidad ( $\sigma^2_{\text{repet}}$ ) y la reproducibilidad ( $\sigma^2_{\text{reprod}}$ ).

Estos parámetros se estiman mediante la técnica de ANOVA aplicada a un diseño factorial con efectos aleatorios, es decir, en este caso, los factores pieza y operador dan lugar a efectos aleatorios, puesto que las piezas y los operadores utilizados en el estudio son una muestra aleatoria de la población de piezas y operadores que manejan el equipo de medición.

Se realiza una aplicación práctica donde se realiza la aleatorización de un experimento para probar repetibilidad y reproducibilidad del sistema de medición. Se escogen aleatoriamente 10 piezas del mismo producto de la línea de producción, se seleccionan 3 operadores capacitados para la toma de las mediciones, cada operador medirá cada pieza 2 veces (2 replicas), para un total de 60 mediciones (10 piezas x 3 operadores x 2 replicas = 60).



Se realiza el análisis de varianza ANOVA y se obtienen los siguientes resultados:

### Two-Way ANOVA Table With Interaction

Source	DF	SS	MS	F	P	
PIEZA	9	374.597	41.6219	250.594	0.000	entre piezas
OPERADOR	2	4.297	2.1485	12.936	0.000	entre operadores
PIEZA * OPERADOR	18	2.990	0.1661	0.412	0.974	pieza x operador
Repeatability	30	12.085	0.4028			
Total	59	393.969				

Con el análisis de varianza se prueban las siguientes hipótesis:

#### 1. Planteamiento de hipótesis para comparar las medidas entre partes o piezas

Ho:  $\mu_{pieza 1} = \mu_{pieza 2} = \dots = \mu_{pieza 10}$  vs.

Ha: Alguno de los  $\mu_i$  es diferente donde  $i = 1, 2, \dots, 10$

Regla de decisión: Rechazo la hipótesis nula Ho si el p-valor  $< \alpha$  (según nivel de confianza)

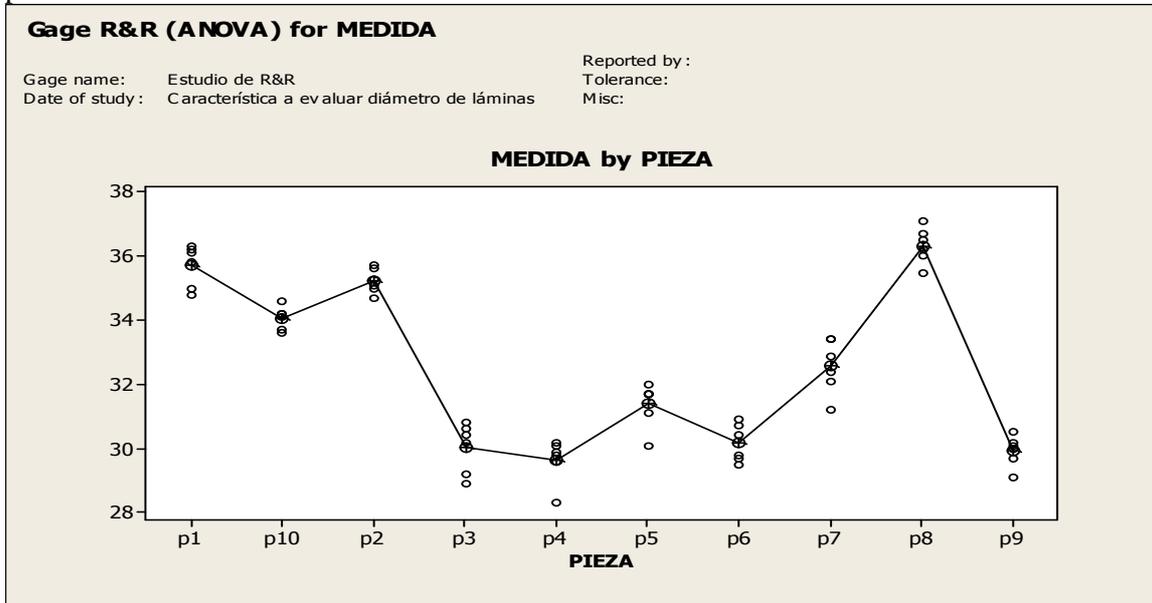
Si la hipótesis se valida con un nivel de confianza del 95% el  $\alpha = 0.05$

Para el ejemplo el p-valor para comparar las medida entre partes es igual a  $0,000 < 0.05$

Por tanto se toma la decisión de Rechazar la hipótesis nula Ho. Es decir, que con un nivel de confianza del 95% existe suficiente evidencia para afirmar que alguna de las medidas de las piezas es diferente.



En el siguiente gráfico se ilustra los resultados de las mediciones de cada una de las piezas.



Según los resultados de las mediciones se puede observar que las piezas 1, 10, 2 y 8 tienen sus medidas alrededor de 36, mientras que las demás piezas sus medidas están alrededor de 31. Estos resultados evidencian los resultados del análisis de varianza donde se identificaron diferencias significativas entre las piezas, en este sentido se concluye que hay una variación significativa entre los promedios de las medidas de las piezas evaluadas, sin embargo hay que tener en cuenta si esta variación es alta o no, según las especificaciones que se tengan de la característica evaluada.

## 2. Planteamiento de hipótesis para comparar las medidas entre operadores

Ho:  $\mu_{operador 1} = \mu_{operador 2} = \mu_{operador 3}$

vs.

Ha: Alguno de los  $\mu_j$  es diferente

donde  $j = 1, 2, 3$

Regla de decisión: Rechazo la hipótesis nula Ho si el p-valor  $< \alpha$  (según nivel de confianza)

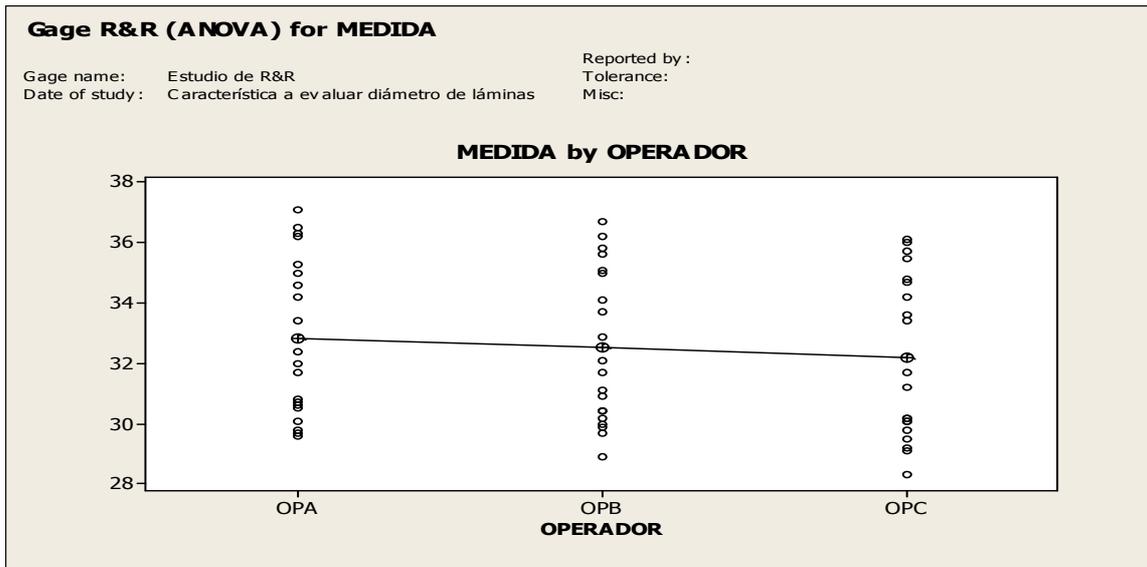
Si la hipótesis se valida con un nivel de confianza del 95% el  $\alpha = 0.05$

Para el ejemplo el p-valor para comparar las medida entre operadores es igual a  $0,000 < 0.05$



Por tanto se toma la decisión de Rechazar la hipótesis nula  $H_0$ . Es decir, que con un nivel de confianza del 95% existe suficiente evidencia para afirmar que alguna de las medidas de los operadores es diferente.

En el siguiente gráfico se ilustra los resultados de las mediciones de cada uno de los operadores.



Según los resultados de las mediciones se puede observar que las medidas tomadas entre los operadores A, B y C, son diferentes, el operador A tiende a tomar las medidas más Altas de las mismas piezas con respecto a las medidas de sus compañeros. Estos resultados evidencian los resultados del análisis de varianza donde se identificaron diferencias significativas entre operadores, en este sentido se concluye que existen problemas de reproducibilidad, hay una variación significativa entre las medidas tomadas de las mismas piezas por diferentes operadores. Es posible que el método de medida entre operadores no esté estandarizado.

### 3. Planteamiento de hipótesis para identificar efectos de interacción pieza por operador

Existe interacción operador x pieza cuando el desempeño de los operadores es diferente según el tipo de pieza; por ejemplo, con ciertas piezas un operador reporta mediciones sensiblemente más altas que los demás y con otras piezas el mismo operador reporta mediciones más bajas.

$$H_0: \mu_{pieza1; operador1} = \mu_{pieza1; operador2} = \dots = \mu_{pieza10; operador3}$$

vs.

Ha: Alguno de los  $\mu_{ij}$  es diferente



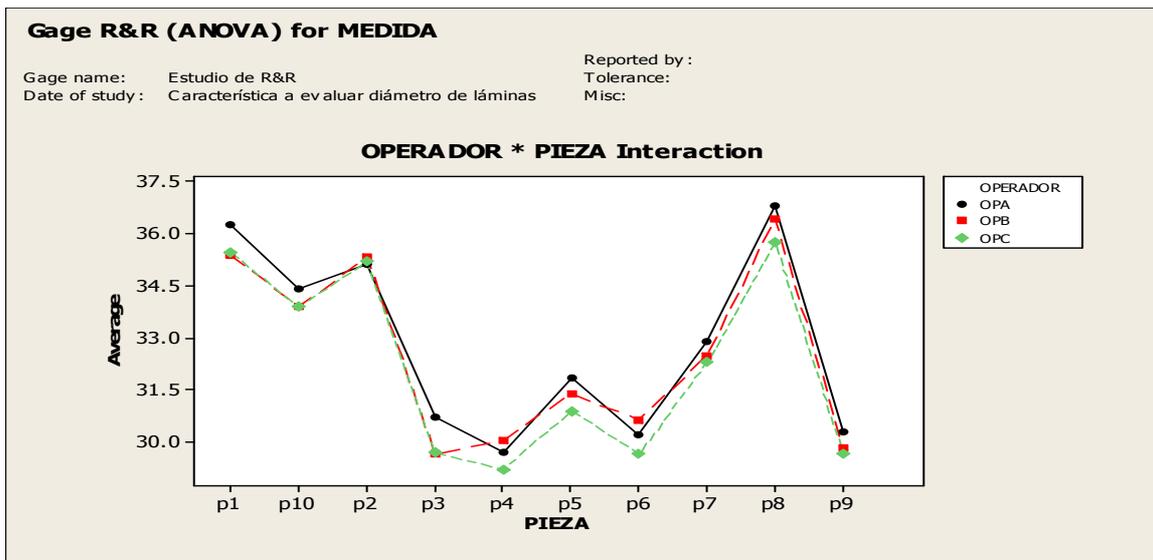
Regla de decisión: Rechazo la hipótesis nula  $H_0$  si el p-valor  $< \alpha$  (según nivel de confianza)

Si la hipótesis se valida con un nivel de confianza del 95% el  $\alpha = 0.05$

Para el ejemplo el p-valor para evaluar si hay efecto de interacción es igual a  $0,974 > 0.05$

Por tanto se toma la decisión de No Rechazar la hipótesis nula  $H_0$ . Es decir, que con un nivel de confianza del 95% No existe suficiente evidencia para afirmar que existe efecto de interacción operador x pieza.

En el siguiente gráfico se ilustra los resultados de las mediciones de cada uno de los operadores por pieza medida.



Según los resultados de las mediciones se puede observar que el desempeño de los operadores no es significativamente diferente según el tipo de pieza medida; por ejemplo, el operador A reporta mediciones sensiblemente más altas que sus otros dos compañeros en algunas de las piezas y el operador C reporta mediciones sensiblemente más bajas que sus otros compañeros en también en algunas de las piezas, pero según los resultados del ANOVA, estas diferencias no son estadísticamente significativas. La pieza 2 es la única pieza en la que coinciden las medidas de los tres operadores.

Estos resultados evidencian los resultados del análisis de varianza donde no se identificaron diferencias significativas en el efecto de interacción, pero si se encontraron diferencias significativas en las medidas entre operadores, en este sentido se concluye que existen



problemas de reproducibilidad, el desempeño de los operadores es diferente. Es posible que el método de medida entre operadores no esté estandarizado.

Si en el ANOVA se evidencia que hay problemas de repetibilidad y si la repetibilidad es grande comparada con la reproducibilidad, las razones posibles son:

- El instrumento necesita mantenimiento.
- El instrumento debería ser rediseñado para ser más rígido.
- Se debe mejorar la sujeción o localización de la pieza,
- Se debe tener un montaje o ubicación donde se efectúan las mediciones.
- El operario necesita entrenamiento en el uso y lectura del instrumento.
- La indicación del instrumento no es clara.
- Tal vez sea necesario usar algún dispositivo de fijación del instrumento para que el operario lo pueda usar con facilidad.

#### **Sobre la autora:**

Nombre: Luz Elena Vinasco Isaza ; e-mail: levinasco@cicalidad.com

Cargo: Gerente de Educación Virtual - Centro de Ingeniería de la Calidad

#### **Títulos académicos:**

Estadística – Universidad del Valle – Colombia

Magíster en Ciencias – Universidad Nacional de Colombia

Especialista en Creación de ambientes virtuales de aprendizaje – *Virtual Educa* - Argentina

Especialista en Métodos Avanzados de Estadística aplicada – *UNED* - España

**Experiencia como consultora estadística en el área de calidad:** 12 años de experiencia en consultoría y entrenamiento en la industria, áreas de mejoramiento continuo y aplicación de métodos estadísticos en empresas como:

Sucromiles S.A., Colgate Palmolive, Smurfit Cartón de Colombia, Nabisco Royal Inc., Rica Rondo S.A., Ingenio Providencia, Aluminio Nacional – Alúmina, Productos el Cid, Grasas S.A., Colombina S.A., Tecnoquímicas, Open Systems, EPSA, Centelsa, Banco de Occidente.

#### **Experiencia docente Universitaria en pregrado y posgrado:**

Facultad de Ingeniería - Pontificia Universidad Javeriana Cali - Colombia

Facultad de Ingeniería - Universidad ICESI, Cali - Colombia.

Facultad de Ciencias - Universidad del Valle, Cali - Colombia.

**Experiencia en investigación:** Centro Internacional de Agricultura Tropical CIAT.

**Textos Universitarios Publicados:** Guía básica para el manejo de herramientas estadísticas con SPSS versión 16,0; Guía de laboratorios Control Estadístico de procesos  
Guía de laboratorios Calidad en los Sistemas de Medición; Estadística Descriptiva con Minitab versión 15,0; Estadística Industrial Básica con Microsoft Excel.

Centro de Ingeniería de la Calidad - [www.cicalidad.com](http://www.cicalidad.com)

Calle 26 Norte #5AN-54 Cali – Colombia. Teléfono: (572) 6515188